$$\lim_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty \text{ donc : } \lim_{0^+} g = -\infty$$

x	0	+∞
g'(x)	+	
g(x)	-∞	+∞

b) Etude de l'équation g(x) = 0.

La fonction g continue sur R_+^*, (puisqu'elle est dérivable sur IR_+^*) strictement croissante sur IR_+^* et vérifiant

$\lim_{0^+} g = -\infty$ **et** $\lim_{+\infty} g = +\infty$

donc g est une bijection de IR_+^* sur IR; donc l'équation g(x) = 0 admet une unique solution α sur IR_+^*. Comme on a, par ailleurs,

g(1,30) ≈ - 0,047 6 (< 0) et g(1,35) ≈ 0,122 6 (> 0)

il en résulte immédiatement que l'on a :1,30 ≤ α ≤1,35.

c) Signe de g (x).

Il résulte de l'étude précédente que l'on a g(x) > 0 pour x ∈]α ; + ∞[;g(x) = 0 pour x = α ;g(x) < 0 pour x∈]0, α[

2° a) Etude des limites de f en 0 et + ∞.

On a: $f(x) = \frac{1}{x}(x^2 + 1 - \ln x).1$

$\lim_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to 0^+} \left(\frac{1}{x}\right) = +\infty$ donc: $\lim_{0^+} f = +\infty$

$* f(x) = x + \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x}$ donc $\lim_{+\infty} f = +\infty$

b) <u>Sens de variation de f.</u>

La fonction f est dérivable sur IR_+^*et sa dérivée

$$f'(x) = \frac{\left(2x - \frac{1}{x}\right).x - x^2 - 1 - \ln x}{x^2} = \frac{x^2 - 2 - \ln x}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2}$$

Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn